A-GRUBU

1) $[p' \Leftrightarrow q]' \equiv [(p' \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p')]'$, $\Leftrightarrow$ tanımı

$\equiv [((p')' \vee q) \wedge (q' \vee p')]'$, $\Rightarrow$ tanımı

$\equiv [(p \vee q) \wedge (q' \vee p')]'$

$\equiv [((p \vee q) \wedge q') \vee ((p \vee q) \wedge p')]'$, dağılma öz.

$\equiv [((p \wedge q') \vee \underbrace{(q \wedge q')}_{0}) \vee (\underbrace{(p \wedge p')}_{0} \vee (q \wedge p'))]'$, dağılma öz.

$\equiv [(p \wedge q') \vee (q \wedge p')]'$

$\equiv [(p' \vee q) \wedge (q' \vee p)]$, De Morgan

$\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$, $\Rightarrow$ tanımı

$\equiv p \Leftrightarrow q$, $\Leftrightarrow$ tanımı

2) p: xy tek

q: x ile y tek

xy tek olmak üzere x, y den en az biri çift olsun.

x çift $\Rightarrow \exists k \in \mathbb{Z} \ni x = 2k$

$xy = (2k)y = 2(ky)$ olup xy nin çift olduğu

gerekir. Bu durum bir çelişkidir.

(y nin çift olduğu kabul edilirse benzer ispat yapılır)

$\therefore$ x, y nin her ikisi de tektir.

3) • $\forall x \in \mathbb{R}$, $y = 1 \in \mathbb{Z}$ için eşitlik sağlanır.

$(\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{Z}, \ xy = x|y|) \equiv 1$

$x = 0$ için sağlanmıyor.

$(\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{Z}, \ \frac{x}{y} = 5) \equiv 0$

$\Rightarrow 1 \vee 0 \equiv 1$

$[\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{Z}, xy = x|y| \vee \frac{x}{y} = 5]' \equiv [\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{Z}, xy \neq x|y| \wedge \frac{x}{y} \neq 5]$

- $y=2$ için $4 \leq x-7$ olup

$$\left.\begin{array}{l} [\forall x\in\mathbb{Z}, \forall y\in\mathbb{Z}, y^2\leq x-7] \equiv 0 \\ x=2 \text{ için } y=\frac{1}{2}\notin\mathbb{Z} \text{ olduğundan} \\ [\forall x\in\mathbb{Z}, \exists y\in\mathbb{Z}, x=2y+1] \equiv 0 \end{array}\right\} 0 \Rightarrow 0 \equiv 1$$

$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ kullanılırsa

$$\big[[\forall x\in\mathbb{Z}, \forall y\in\mathbb{Z}, y^2\leq x-7] \Rightarrow [\forall x\in\mathbb{Z}, \exists y\in\mathbb{Z}, x=2y+1]\big]' \equiv$$

$$[\forall x\in\mathbb{Z}, \forall y\in\mathbb{Z}, y^2\leq x-7] \wedge [\exists x\in\mathbb{Z}, \forall y\in\mathbb{Z}, x\neq 2y+1]$$

4) • $A\cup B=\emptyset$ olsun.

$$\left.\begin{array}{l} A\subseteq A\cup B=\emptyset \\ \emptyset\subseteq A \end{array}\right\} \Rightarrow A=\emptyset \qquad \left.\begin{array}{l} B\subseteq A\cup B=\emptyset \\ \emptyset\subseteq B \end{array}\right\} \Rightarrow B=\emptyset$$

$\therefore\ A=\emptyset \wedge B=\emptyset$

- $A=\emptyset$ ve $B=\emptyset$ olsun.

$$\left.\begin{array}{l} A=\emptyset \\ B=\emptyset \end{array}\right\} \Rightarrow A\cup B=\emptyset$$

$\therefore\ A\cup B=\emptyset$